SKOR-Z SEBAGAI PENENTU POSISI SUATU SKOR MENTAH

Oleh : I Gusti Ngurah Puger[1]

Abstrak

Dalam membandingkan dua skor yang berasal dari distribusi skor yang berbeda yang dimiliki oleh seseorang, kita tidak bisa membandingkan skor mentah tersebut secara langsung. Kedua skor tersebut harus ditransformasi dulu ke skor-z atau skor standar. Nilai z yang diperoleh merupakan jarak suatu skor sebesar z.SD dari rerata hitungnya ($\overline{X}$). Makin berada di sebelah kanan nilai z.SD dari rerata hitungnya ($\overline{X}$) berarti makin lebih tinggi posisinya bila dibandingkan dengan skor yang lainnya. Jika hal ini diaktualisasikan berarti suatu skor mentah (X_1) yang memiliki nilai z.SD lebih tinggi dari skor mentah (X_2) yang lainnya, maka kemampuan seseorang dalam bidang tertentu yang disimbulkan oleh skor mentah (X_1) tersebut lebih tinggi.

Kata kunci: *Skor-z, posisi skor, dan skor standar*

[1]*I Gusti Ngurah Puger adalah seorang dosen di FKIP Universitas Panji Sakti Singaraja*

PENDAHULUAN

Dalam menentukan sebaran dari sekumpulan data, maka seseorang yang tahu dunia statistik pasti di kepalanya terlintas dengan teorema Chebychev. Atau dalam bahasa statistik dapat dikatakan bahwa sekumpulan data tersebut akan terdistribusi di sebelah kanan rerata dengan batasan rerata ditambah 3 standar deviasi (SD) dan terdistribusi di sebelah kiri rerata dengan batasan rerata dikurangi 3SD. Jika ada data yang terdistribusi lebih dari $\overline{X}$ +3SD dan $\overline{X}$ -3SD, maka data tersebut termasuk data yang *outlier* atau melebihi batas maksimum dan batas minimum dalam kurve normal. Data yang termasuk dalam kategori *outlier* tidak bisa digunakan dalam uji statistik. Biasanya kalau data suatu penelitian mengandung data yang *outlier* pasti tidak berdistribusi normal. Berdasarkan perjanjian dalam uji statistik, jika sekumpulan data tidak berdistribusi normal maka data tersebut tidak bisa dilanjukan dengan pengujian statistik.

Sebagai dasar untuk melacak mengenai distribusi data dalam distribusi normal teoretis dapat dikaji teorema Chebychev. Teorema Chebychev mendasarkan sebaran datanya pada nilai rerata (nilai tengah) dan standar deviasi. Menurut Walpole (1995), sekumpulan data, baik populasi maupun sampel, dengan apa yang disebut pusat atau rerata dan keragaman di sekitar rerata ini. Dua nilai yang paling sering digunakan oleh statistikawan adalah nilai tengah dan simpangan baku. Bila suatu sebaran data hasil pengukuran mempunyai simpangan baku yang kecil, kita akan membayangkan bahwa sebagian besar data mengumpul di sekitar nilai tengahnya. Sedangkan, nilai simpangan baku yang besar menunjukkan keragaman yang besar, dalam hal ini pengamatan-pengamatan lebih menyebar jauh dari nilai tengahnya.

Terdapat banyak kurve normal (dalam fakta, kebanyakan tidak terhingga). Tetapi yang menguntungkan terdapat suatu cara untuk menemukan daerah di bawah kurve normal melalui melihat pada salah satu spesifik daerah di bawah kurve normal. Salah satu spesifik kurve normal ini disebut kurve normal standar atau kurve-z. Menurut Weiss dan Hassett (1982), beberapa sifat penting dari kurve normal standar adalah: (1) daerah di bawah kurve normal standar adalah 1, (2) kurve normal standar meluas secara tidak terbatas pada dua arah, mendekati sumbu horisontal, (3) kurve normal standar adalah simetris pada 0. Itu merupakan bagian kurve ke kiri dari 0 sebagai gambar bayangan dari bagian kurve ke kanan dari 0, dan (4) sebagian besar daerah di bawah kurve normal standar terentang di antara -3 dan 3.

Kurve normal hanya berperan untuk mengetahui sebaran dari sekumpulan data, yang pada akhirnya untuk mendeteksi apa sekumpulan data yang terdistribusi pada kurve normal tersebut berdistribusi normal atau tidak berdistribusi normal. Secara teoretik, sekumpulan data yang berdistribusi pada kurve normal harus mengikuti kaidah sebagai berikut. (1) Sebanyak 34% data harus berdistribusi pada daerah $\overline{X}$ sampai $\overline{X}$ +1SD, (2) sebanyak 14% data harus berdistribusi pada daerah $\overline{X}$ +1SD sampai $\overline{X}$ +2SD, (3) sebanyak 2% data harus berdistribusi pada daerah

$\overline{X}$ +2SD sampai $\overline{X}$ +3SD, (4) sebanyak 34% data harus berdistribusi pada daerah $\overline{X}$ -1SD sampai $\overline{X}$, (5) sebanyak 14% data harus berdistribusi pada daerah $\overline{X}$ -2SD sampai $\overline{X}$ -1SD, dan (6) sebanyak 2% data berdistribusi pada daerah $\overline{X}$ -3SD sampai $\overline{X}$ -2SD. Dari sebaran data pada kurve normal secara teoretik tersebut, bila menginginkan sekumpulan data yang ingin diuji normalitasnya, maka sekurang-kurangnya sekumpulan data yang ingin diuji tersebut harus mengikuti kaidah kurve normal teoretik.

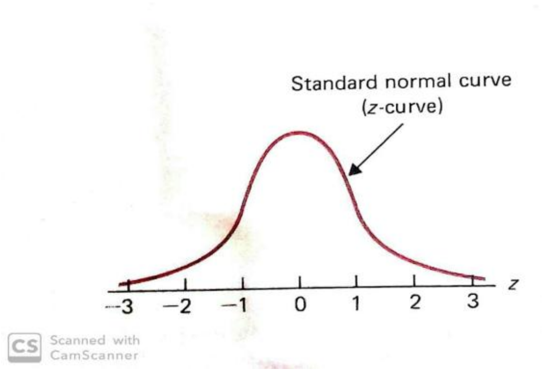
Kurve normal hanya bisa mengetahui mengenai sebaran data pada daerah di bawah kurve normal, namun tidak bisa mengetahui mengenai posisi dari skor individu pada daerah di bawah kurve normal. Misalnya, si Elina memperoleh skor dalam mata kuliah Biokimia sebesar 89 dan skor dalam mata kuliah Matematika Dasar sebesar 80. Sekilas bila melihat dari skor yang diperoleh si Elina, pasti seseorang berinterpretasi bahwa si Elina lebih pintar dalam mata kuliah Biokimia bila dibandingkan dalam mata kuliah Matematika Dasar. Ini merupakan interpretasi yang sangat wajar, mengingat kita hanya melihat skor si Elina saja. Jika kita membandingkan skor si Elina dengan sesama mahasiswa yang mengambil mata kuliah Biokimia dan mata kuliah Matematika dasar kita akan bisa menghitung rerata ($\overline{X}$) dan standar deviasi (SD) dari mata kuliah Biokimia dan Matematika Dasar. Misalkan $\overline{X}$ mata kuliah Biokimia sebesar 80 dan SD sebesar 15, sedangkan $\overline{X}$ mata kuliah Matematika Dasar sebesar 75 dan SD sebesar 7. Dengan memanfaatkan $\overline{X}$ dan SD pada masing-masing mata kuliah yang diambil oleh si Elina, maka kita akan dapat menentukan posisi skor si Elina dalam mata kuliah Biokimia dan Matematika Dasar dalam kurve normal. Selanjutnya dengan mengetahui posisi skor mata kuliah Biokimia dan Matematika Dasar dari si Elina, maka kita akan dapat menentukan apakah si Elina lebih pintar dalam mata kuliah Biokimia atau pada mata kuliah Matematika Dasar. Berpijak atas hal-hal yang sudah diuraikan, dalam artikel ini akan dipertelakan mengenai keterkaitan antara skor-z dengan posisi dari skor seseorang pada kurve normal standar.

Skor-z dan Posisinya dalam Suatu Distribusi

Salah satu tujuan dasar skor-z adalah menggambarkan lokasi yang tepat dari skor dalam suatu distribusi. Skor-z memenuhi tujuan tersebut dengan cara mengubah setiap nilai X menjadi suatu angka yang bertanda + atau -, sehingga: (1) tanda memberitahukan apa skor di atas (+) atau di bawah (-) rerata hitung, dan (2) angka memberitahukan jarak di antara skor dan rerata hitung dalam istilah jumlah dari standar deviasi. Oleh karena itu, dalam distribusi skor IQ dengan $\overline{X}$ = 100 dan SD = 15, skor X = 130 akan diubah menjadi z = +2,00. Nilai z mengindikasikan bahwa skor berada di atas rerata hitung (+) dengan jarak 2 standar deviasi (30 titik).

Skor-z menentukan dengan tepat keberadaan setiap nilai X dalam suatu distribusi. Tanda dalam skor-z (+ atau -) memberitahukan keberadaan skor, di atas rerata hitung (positif) atau di bawah rerata hitung (negatif). Nilai numerik pada skor-z menunjukkan jarak dari rerata hitung dengan menghitung jumlah standar deviasi di antara X dan μ (Gravetter dan Wallnau, 2014).

Perhatikan bahwa skor-z selalu terdiri dari dua bagian: suatu tanda (+ atau -) dan suatu besaran. Kedua bagian tersebut diperlukan untuk menjelaskan secara lengkap keberadaan skor mentah dalam suatu distribusi. Gambar 1 menampilkan distribusi populasi dengan berbagai posisi yang diidentifikasikan dengan nilai skor-z. Perhatikan bahwa seluruh skor-z di atas rerata hitung adalah positif dan seluruh skor-z di bawah rerata hitung adalah negatif. Tanda pada skor-z memberitahukan Anda secara cepat keberadaan skor, di atas atau di bawah rerata hitung. Perhatikan juga bahwa skor-z sebesar z = +1,00 sesuai dengan suatu posisi yang tepat berada pada 1 standar deviasi di atas rerata hitung. Skor-z sebesar z = +2,00 selalu berada tepat pada 2 standar deviasi di atas rerata hitung. Nilai numerik pada skor-z memberitahukan Anda tentang jumlah standar deviasi dari rerata hitung. Akhirnya, Anda harus memperhatikan bahwa Gambar 1 tidak memberikan Anda nilai spesifik untuk rerata hitung populasi atau standar deviasi. Lokasi yang diidentifikasikan dengan skor-z adalah sama untuk seluruh distribusi, tidak peduli berapa rerata hitung atau standar deviasi yang dimiliki distribusi.



Gambar 1. Hubungan antara nilai skor-z dan keberadaannya dalam suatu distribusi populasi.

Sekarang kita coba buktikan posisi skor yang dimiliki si Elina pada mata kuliah Biokimia dan Matematika Dasar. Dilihat dari posisinya yang dihitung dengan skor-z, apa benar si Elina lebih pandai dalam bidang Biokimia bila dibandingkan dengan bidang Matematika Dasar. Skor mentah si Elina dalam bidang Biokimia (X) sebesar 89, rerata hitung ($\overline{X}$) sebesar 80, dan standar deviasi (SD) = 15. Dengan menggunakan skor-z, yang formulanya adalah z = $\frac{X-\overline{X}}{SD}$ (Sudjana, 1984). Di mana, z = nilai skor-z, X = skor mentah, $\overline{X}$ = rerata hitung, dan SD = standar deviasi. Dengan memasukkan data si Elina dalam bidang Biokimia ke dalam formula skor-z diperoleh nilai z sebesar 0,6. Berarti skor si Elina dalam bidang Biokimia (X = 89) terletak 0,6SD dari rerata hitung. Sedangkan Skor mentah si Elina dalam bidang Matematika Dasar (X) sebesar 80, rerata hitung ($\overline{X}$) sebesar 75, dan standar deviasi (SD) = 7. Dengan memasukkan data si Elina dalam bidang Biokimia ke dalam formula skor-z diperoleh nilai z sebesar 0,71. Berarti skor si Elina dalam bidang Matematika Dasar (X = 80) terletak 0,71SD dari rerata hitung. Bila kita bandingkan nilai z si Elina dalam bidang Biokimia dan Matematika dasar ($z_{biokimia}$ = 0,6 dan $z_{matematika\text{-}dasar}$ = 0,71), berarti nilai z bidang Matematika Dasar berada pada posisi lebih di sebelah kanan lagi 0,11 dari rerata hitung. Dari sini dapat kita inferensikan bahwa: (1) walaupun skor mentah pada mata kuliah Biokimia (X = 89) lebih tinggi dari mata kuliah Matematika Dasar (X = 80), tetapi bila dibawa ke kurve z, dapat dikatakan nilai Matematika Dasar si Elina berada pada posisi lebih di sebelah kanan lagi 0,11 dari rerata hitung, dan (2) berdasarkan posisi kedua skor mentah tersebut pada kurve z, dapat dikatakan si Elina sebetulnya lebih pintar dalam bidang Matematika Dasar di kelasnya. Dari inferensi ini, dapat disarankan kepada guru-guru di Sekolah Menengah (SM), baik SMP maupun SMA atau yang sederajat bila mau membandingkan skor mentah beberapa bidang studi yang dimiliki oleh seorang siswa, hendaknya tidak tertipu oleh besaran bidang studi yang diperoleh. Jangan mengira bahwa skor mentah yang tertinggi dari suatu bidang studi dikatakan siswa yang bersangkutan paling pintar dalam bidang studi tersebut bila dibandingkan dengan bidang studi yang lainnya. Untuk menentukan tinggi-rendahnya kemampuan seorang siswa dalam beberapa bidang studi, hendaknya skor mentah yang diperoleh diubah dulu menjadi skor-z. Lalu membuat posisi nilai z yang diperoleh pada masing-masing bidang studi ke kurve normal. Nilai z yang berada paling di sebelah kanan dari rerata hitung merupakan kemampuan siswa yang tertinggi dalam bidang studi tersebut.

Bila kita membandingkan dua skor pada bidang studi yang berbeda yang diperoleh seseorang (lihat kasus si Elina), maka kedua skor yang diperoleh harus ditransformasi dulu ke skor-z. Jika membandingkan langsung skor mentah yang diperoleh merupakan suatu tindakan yang terlalu ceroboh. Hal ini sesuai dengan pendapat Irianto (2007) yang pada hakikatnya menyatakan transformasi ke skor-z sangat berguna ketika kita ingin membandingkan dua distribusi yang berbeda. Dengan mentransformasikan kedua distribusi tersebut berarti kita menstandarkan distribusi yang akan dibandingkan. Setelah distribusi yang ingin dibandingkan distandarkan, baru kita dapat membandingkannya. Membandingkan dua distribusi tanpa melakukan standarisasi merupakan tindakan yang ceroboh, karena seolah-olah membandingkan dua macam objek yang berbeda. Masing-masing distribusi masih mengandung sifat yang berbeda, sehingga dapat mengacaukan jika digunakan secara langsung dalam proses perbandingan.

Lebih lanjut dikatakan, pada kasus ini kita berhadapan dengan dua distribusi nilai, sehingga kita harus melakukan standarisasi lebih dulu. Melakukan transformasi skor asli ke dalam skor-z berarti membuat distribusi tersebut mempunyai rerata 0 dan standar deviasinya 1. Kondisi inilah yang cocok untuk membandingkan dua buah distribusi, karena dengan membuat distribusi itu dalam kondisi yang sama rerata dan standar deviasinya, berarti kedua distribusi tersebut sama barulah kita bisa membandingkannya.

Sebagai penguat dari pendapat Irianto ini, ada baiknya juga dikemukakan pernyataan Sudijono (2001), yang pada hakikatnya menyatakan dalam tes seleksi penerimaan calon pramugari dan pramugara udara haji yang diikuti oleh 10 orang *testee*, dalam tes mana *testee* dihadapkan pada lima jenis tes, yaitu: tes bahasa Inggris (X_1), tes IQ (X_2), tes kepribadian (X_3), tes sikap (X_4), dan tes kesehatan jasmani (X_5). Skor mentah yang diperoleh dari lima jenis tes cara pengukuran dan penilaian yang berbeda itu, adalah sangat bervariasi. Berhubung dengan itu, maka untuk dapat menentukan siapa di antara 10 orang *testee* yang dipandang lebih unggul ketimbang *testee* yang lain, diperlukan adanya skor atau nilai yang bersifat baku (standar), di mana dengan nilai standar itu kita dapat mengetahui kedudukan relatif (*standing position*) dari 10 orang *testee* untuk kelima jenis tes tersebut. Nilai standar relatif dimaksud di atas adalah skor-z yang dapat diperoleh dengan menggunakan formula z yang sudah dikemukakan sebelumnya. Dengan menggunakan skor-z inilah skor standarnya dijumlahkan, kemudian dipilih mulai dari yang memiliki skor standar yang paling tinggi.

Dalam menghitung nilai z suatu skor, kita selalu menggunakan skor deviasi dibagi dengan standar deviasi (SD). Deviasi itu sebetulnya merupakan jarak dari rerata hitung untuk setiap skor individu. Berdasarkan definisi, deviasi untuk setiap skor adalah perbedaan antara skor dan rerata hitung. Dengan demikian skor deviasi $= X-\overline{X}$. Dalam distribusi skor dengan $\overline{X} = 50$, jika skor Anda X = 53, maka skor deviasi Anda adalah: $X-\overline{X} = 53 – 50 = 3$. Selanjutnya, jika skor Anda X = 45, maka skor deviasi Anda adalah: $X-\overline{X} = 45 – 50 = -5$. Perhatikan bahwa ada dua bagian untuk skor deviasi, yakni: tanda (+ atau -) dan angka. Tanda menunjukkan arah dari rerata hitung –yaitu, apakah skor berada di atas (+) atau di bawah (-) rerata hitung. Angka menunjukkan jarak aktual dari rerata hitung. Sebagai contoh, skor deviasi -6 sesuai dengan sebuah skor yang berada di bawah rerata hitung dengan 6 titik.

Untuk menguatkan ingatan kita dengan skor deviasi, kita contohkan sekumpulan data dengan N = 4 skor. Skor ini ditambahkan, sehingga ΣX = 12. Jadi, rerata hitungnya adalah $\overline{X}$ = 12/4 = 3. Untuk setiap skor, kita telah menghitung deviasinya.

X	X- $\overline{X}$
8	+5
1	-2
3	0
0	-3
	Σ(X- $\overline{X}$) = 0

Perhatikan bahwa skor deviasi yang ditambahkan mempunyai hasil nol. Seharusnya ini tidak mengejutkan jika Anda ingat bahwa rerata hitung diartikan sebagai titik keseimbangan untuk distribusi. Total jarak di atas rerata hitung sama persis dengan total jarak di bawah rerata hitung. Dengan demikian, total untuk deviasi positif sama persis dengan total deviasi negatif, dan kumpulan lengkap deviasi setelah ditambahkan selalu nol. Pemahaman skor deviasi merupakan dasar dari pembilang pada formula z.

Selanjutnya, untuk menentukan penyebut dari formula z, sebetulnya dapat dilakukan melalui pengubahan tanda - (negatif) menjadi tanda + (positif) pada skor deviasi dengan jalan mengkuadratkan semua skor deviasi. Akar dari Σ(X- $\overline{X}$)^2 dibagi dengan (n-1) merupakan standar deviasi (SD). Atau formula dari SD = $\sqrt{\frac{\sum\left(X-\overline{X}\right)^2}{n-1}}$ (Candiasa, 2010). Dengan menjumlahkan kuadrat skor deviasi diperoleh sebesar 38. Dengan demikian SD = $\sqrt{\frac{38}{4-1}}=\sqrt{\frac{38}{3}}=\sqrt{12{,}667}=3{,}56$.

Dengan memahami skor deviasi, dan mengkuadratkan setiap nilai skor deviasi merupakan dasar yang sangat penting untuk memahami asal-usul standar deviasi (SD) pada sekelompok data. SD inilah yang menjadi penyebut dalam formula z. Bila kita ingin menentukan nilai z dari data tersebut, secara berurut diperoleh nilai z, sebesar: +1,40, -1,12, 0, dan -0,84. Nilai z sebesar +1,40 berarti skor mentah 8 itu terletak pada posisi 1,40SD di sebelah kanan rerata hitung. Nilai z sebesar -1,12 berarti skor mentah 1 itu terletak pada posisi -1,12SD di sebelah kiri rerata hitung. Nilai z sebesar 0 berarti skor mentah 3 itu terletak tepat pada posisi rerata hitung, dan nilai z sebesar -0,84 berarti skor mentah 0 itu terletak pada posisi -0,84SD di sebelah kiri rerata hitung.

Puger (2012) menyatakan skor-z merupakan skor deviasi yang dibagi dengan standar deviasi (SD). Skor-z sangat efektif untuk menentukan posisi dari suatu skor mentah dalam suatu standarisasi distribusi. Dengan mengetahui nilai z dan diposisikan pada standarisasi distribusi sangat jelas kelihatan siswa yang mempunyai skor di sebelah kanan rerata hitung dan siswa yang mempunyai skor di bawah rerata hitung pada suatu bidang studi. Bahkan kasus membandingkan dua buah skor dengan bidang studi yang berbeda, belum tentu skor yang lebih tinggi pada suatu bidang studi bila dibandingkan dengan bidang studi lainnya dapat memprediksikan kemampuan siswa tersebut lebih tinggi. Untuk memperjelas kembali mengenai pernyataan ini, dipersilakan untuk memahami kembali mengenai kasus si Elina dalam mata kuliah Biokimia dan Matematika Dasar. Padahal skor yang diperoleh pada mata kuliah Biokimia lebih tinggi daripada mata kuliah Matematika Dasar. Namun setelah dihitung skor-z diperoleh nilai z pada mata kuliah Matematika Dasar lebih besar daripada mata kuliah Biokimia. Hal ini berarti walaupun skor mentah suatu bidang studi lebih kecil daripada bidang studi lainnya, belum tentu kemampuan seseorang dalam bidang studi yang skor mentahnya lebih kecil berarti lebih rendah bila dibawa ke skor-z. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa untuk memahami formula skor-z dengan baik, disarankan untuk memahami skor deviasi dan standar deviasi.

Suatu sekumpulan data mempunyai rerata hitung ($\overline{X}$) = 86 dan standar deviasi (SD) = 7. Berapa skor-z yang sesuai dengan skor X = 95 dalam distribusi tersebut? Catat bahwa permasalahan ini tidak mudah, khususnya jika Anda mencoba menggunakan definisi skor-z dan melakukan penghitungan dalam kepala. Bagaimanapun juga, rumus skor-z mengatur angka dan membuat Anda menyelesaikan aritmetika akhir dengan kalkulator Anda. Dengan menggunakan definisi skor-z menurut Puger (2012), maka pertama harus dicari skor deviasinya.

Skor deviasi = X- $\overline{X}$ = 95-86 = 9. Selanjutnya dihitung nilai z dengan formula: z = skor deviasi dibagi SD. Nilai z = 9/7 =1,29. Berdasarkan rumus tersebut, skor X sesuai dengan z = 1,29. Skor-z mengindikasikan lokasi yang berada di atas rerata hitung (positif) lebih dari $1\frac{1}{4}$ standar deviasi (SD).

Ketika Anda menggunakan rumus skor-z, sangat penting untuk memperhatikan definisi skor-z sebaik mungkin. Sebagai contoh, kita menggunakan rumus z = skor deviasi dibagi standar deviasi untuk menghitung nilai z yang sesuai dengan X = 95 dan memperoleh nilai z = 1,29. Dengan menggunakan definisi skor-z, kita mencatat bahwa X = 95 berada di atas rerata hitung dengan 9 titik, dengan lebih dari satu standar deviasi (SD = 7). Oleh karena itu, skor-z harus positif dan mempunyai nilai lebih besar dari 1,00. Dalam kasus ini, jawaban yang dikoreksi dengan definisi merupakan suatu pernyataan sempurna dalam perhitungan. Bagaimanapun juga, jika perhitungan menghasilkan nilai yang berbeda, sebagai contoh 0,78. Anda harus menyadari bahwa jawaban tersebut tidak konsisten dengan definisi skor-z. Dalam kasus ini, kesalahan telah dibuat dan Anda harus mengecek kembali perhitungannya.

Menentukan Skor Mentah (X) dari Skor-z

Andaikata X merupakan suatu sampel acak yang berdistribusi secara normal dengan rerata $\overline{X}$ dan standar deviasi (SD). Selanjutnya standar sampel acak tersebut: z = $\frac{X-\overline{X}}{SD}$, yang mempunyai standar distribusi normal. Selanjutnya kita dapat menemukan kemungkinan untuk standar sampel acak melalui melihat pada area di bawah standar kurve normal. Pada suatu kota besar, tinggi lelaki dewasa adalah berdistribusi secara normal dengan rerata $\overline{X}$ = 68” dan standar deviasi (SD) = 2,5”. Misalkan X merupakan tinggi lelaki dewasa (pada kota ini) dipilih secara acak. Selanjutnya X adalah berdistribusi secara normal ($\overline{X}$ = 68, SD = 2,5). Sekarang, kita ketahui bahwa standar sampel acak: z = $\frac{X-\overline{X}}{SD} = \frac{X-68}{2,5}$ yang mempunyai standar distribusi normal. Selanjutnya, sebagai contoh, kita menemukan bahwa: $P(-2 < z < 2) = 0{,}9544$ (daerah di bawah standar kurve normal di antara -2 dan 2 adalah 0,9544).

Sejak z merupakan angka standar deviasi bahwa X menjauh dari reratanya, kita mengatakan bahwa kemungkinan bahwa X adalah dalam (±) 2 standar deviasi dari reratanya adalah 0,9544. Tetapi -2 (2 dalam arah negatif) standar deviasi menjauh dari rerata adalah: 68-2.(2,5) = 68-5 = 63, dan +2 standar deviasi menjauh dari rerata adalah: 68+2.(2,5) = 68+5 = 73. Jadi, $P(63 < z < 73) = 0{,}9544$. Dalam kata lain, kira-kira 95 persen lelaki dewasa di kota memiliki tinggi 63 dan 73 inci (5'3" sampai 6'1"). Angka 0,9544 diperoleh pada tabel daerah di bawah standar kurve normal dengan z = 2,00 diperoleh angka 0,9772. Dengan demikian luas daerah di sebelah kanan z = 2,00 sebesar 1-0,9772 = 0,0228. Selanjutnya luas daerah $P(-2<z<2) = 0{,}9772 - 0{,}0228 = 0{,}9544$. Dengan sedikit praktik, Anda akan mampu melakukan penghitungan seperti ini dengan sangat cepat.

Bila Anda menggunakan cara di atas, Anda akan menemukan bahwa jika z mempunyai standar distribusi normal, selanjutnya: (1) $P(-1 < z < 1) = 0{,}6826$. Kira-kira 68% daerah di bawah standar kurve normal terentang di antara -1 dan 1, (2) $P(-2<z<2) = 0{,}9544$. Kira-kira 95% daerah di bawah standar kurve normal terentang di antara -2 dan 2, dan (3) $P(-3<z<3) = 0{,}9974$. Kira-kira 99,7% (hampir semua) daerah di bawah standar kurve normal terentang di antara -3 dan 3.

Menurut Weiss dan Hassett (1982), bila kita menginterpretasikan fakta-fakta tersebut dalam istilah variabel standar kita memperoleh informasi berikut (yang terutama berguna untuk memvisualisasikan suatu variabel atau populasi acak). Andaikata suatu populasi berdistribusi secara normal, selanjutnya: (1) kira-kira 68% populasi terentang dalam satu standar deviasi dari reratanya, (2) kira-kira 95% populasi terentang dalam dua standar deviasi dari reratanya, dan (3) kira-kira 99,7% (hampir semua) populasi terentang dalam tiga standar deviasi dari reratanya.

Meskipun persamaan skor-z bekerja dengan baik dalam mengubah nilai X menjadi skor-z, akan menjadi sangat janggal jika Anda bekerja dalam arah yang berlawanan dan mengubah kembali skor-z menjadi nilai X. Pada umumnya, lebih mudah untuk menggunakan definisi skor-z, dibandingkan rumus, ketika Anda mengubah skor-z menjadi nilai X. Ingat skor-z menggambarkan secara tepat keberadaan skor dengan mengidentifikasikan arah dan jarak dari rerata hitung. Sangat mungkin, bagaimanapun juga, untuk menyatakan definisi sebagai rumus, dan kita akan menggunakan sampel untuk mengilustrasikan bagaimana rumus dapat dibuat. Misalkan, dalam suatu distribusi dengan rerata hitung $\overline{X}$ = 60 dan standar deviasi (SD) = 5, berapa nilai X yang sesuai dengan skor-z sebesar z = -2,00?

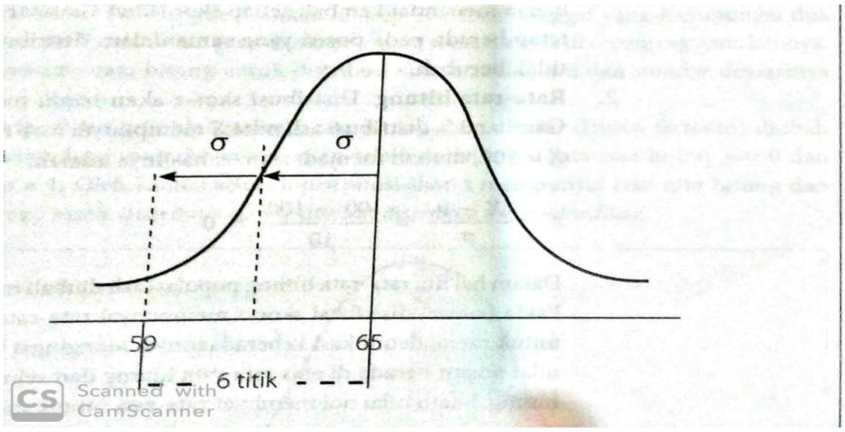
Dalam menyelesaikan soal tersebut, kita akan menggunakan definisi skor-z dan secara hati-hati memperhatikan langkah demi langkah dalam proses tersebut. Nilai skor-z mengindikasikan bahwa X berada pada 2 standar deviasi di bawah rerata hitung. Oleh karena itu, langkah pertama dalam penghitungan adalah menentukan jarak yang sesuai dengan 2 standar deviasi (SD) = 5 titik, sehingga 2 standar deviasi adalah 2(5) = 10 titik. Langkah berikutnya adalah mulai menghitung dari rerata hitung dan kemudian menurun 10 titik untuk menemukan nilai X. Dalam simbul: X = $\overline{X}$ - 10 = 60 – 10 = 50. Dalam bentuk formula yang diturunkan dari skor-z dapat diformulasi menjadi: z = $\frac{X-\overline{X}}{SD}$. Turunannya menjadi: z.SD = X-$\overline{X}$, dengan demikian X = (z.SD) + $\overline{X}$. Inilah rumus yang dapat digunakan untuk menentukan nilai X dari skor-z. Dalam kasus di atas, jika pemecahannya menggunakan formula yang merupakan turunan dari skor-z, maka X = (-2.5) + 60 = -10 + 60 = 50.

Dari formula X = (z.SD) + $\overline{X}$, selanjutnya kita dapat menentukan rerata hitung ($\overline{X}$) dan standar deviasi (SD). Untuk menentukan rerata hitung ($\overline{X}$) dapat ditentukan dengan formula: $\overline{X}$ = -(z.SD) + X, sedangkan untuk menghitung nilai standar deviasi (SD) dapat digunakan formula: SD = $\frac{X-\overline{X}}{z}$. Walaupun dalam kebanyakan kasus, kita hanya mengubah skor (nilai X) menjadi skor-z, atau mengubah skor-z menjadi nilai X. Bagaimanapun juga, Anda harus menyadari bahwa skor-z membentuk hubungan antara skor, rerata hitung, dan standar deviasi. Hubungan ini dapat digunakan untuk menjawab beragam pertanyaan yang berbeda tentang skor dan keberadaannya dalam distribusi. Perhatikan contoh berikut yang disertai dengan pemecahannya.

Suatu populasi dengan rerata hitung ($\overline{X}$) = 65, skor X = 59 sesuai dengan z = -2,00. Berapa standar deviasi (SD) untuk sekumpulan data tersebut? Dalam menjawab pertanyaan ini, kita mulai dengan nilai skor-z. Skor-z sebesar -2,00 mengindikasikan bahwa skor yang sesuai berada di bawah rerata hitung dengan jarak 2 standar deviasi. Dengan pengurangan yang sederhana, Anda juga dapat menentukan bahwa skor (X = 59) berada di bawah rerata hitung ($\overline{X}$ = 65) dengan jarak pada 6 titik. Oleh karena itu, 2 standar deviasi sesuai dengan jarak pada 6 titik, yang berarti bahwa 1 standar deviasi (SD) harus 3. Jadi dengan menggunakan definisi dari skor-z diperoleh SD = 3. Kita juga bisa menghitung standar deviasi (SD) dengan menggunakan formula: SD = $\frac{X-\overline{X}}{z}$. Dengan memasukkan angka yang sudah ada ke dalam formula diperoleh: SD = $\frac{X-\overline{X}}{z} = \frac{59-65}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3$. Jadi, dengan menggunakan pemecahan dari definisi skor-z maupun formula SD yang sudah dikemukakan hasilnya sama, yakni SD = 3.

Suatu sekumpulan data dengan standar deviasi (SD) = 4, skor X = 33 sesuai dengan z = +1,50. Berapa rerata hitung ($\overline{X}$) untuk sekumpulan data tersebut? Sekali lagi, kita mulai dengan nilai skor-z. Skor-z sebesar +1,50 mengindikasikan bahwa skor berada di atas rerata hitung dengan 1,50 standar deviasi. Dengan standar deviasi (SD) = 4, jaraknya adalah (1,50).4 = 6 titik. Jadi, skor berada 6 titik di atas rerata hitung. Skornya adalah X = 33, sehingga rerata hitung seharusnya $\overline{X}$ = 27. Hal ini juga bisa dipecahkan dengan menggunakan formula: $\overline{X}$ = -(z.SD) + X. Dengan memasukkan angka-angka yang sudah ditentukan ke formula tersebut, diperoleh: $\overline{X}$ = -(z.SD) + X = -(1,50x4) + 33 = -6,00 + 33 = 27. Dari sini dapat dikatakan bahwa cara pemecahan dalam menentukan nilai rerata hitung ($\overline{X}$) dengan menggunakan definisi skor-z maupun formula $\overline{X}$ menghasilkan nilai yang sama, yakni 27.

Kebanyakan siswa menemukan masalah seperti dalam contoh menentukan SD dan rerata hitung ($\overline{X}$), dan akan lebih mudah dipahami jika mereka membuat gambar yang menunjukkan elemen perbedaan dari permasalahan. Untuk permasalahan dalam contoh menentukan SD, gambar akan dimulai dengan suatu distribusi yang memiliki rerata hitung ($\overline{X}$) = 65 (kita menggunakan distribusi normal seperti dalam Gambar 2). Nilai standar deviasi tidak diketahui, tetapi Anda dapat menambahkan panah dalam gambar Anda, yang mengarah ke sisi luar dari rerata hitung ($\overline{X}$) dengan suatu jarak yang sesuai dengan 1 standar deviasi. Pada akhirnya, gunakan panah standar deviasi (SD) untuk mengidentifikasi keberadaan z = -2,00 (2 standar deviasi di bawah rerata hitung) dan menambahkan X = 59 pada lokasi tersebut. Seluruh faktor ini ditampilkan pada Gambar 2. Dalam gambar, sangat mudah untuk melihat bahwa X = 59 berada 6 titik di bawah rerata hitung dan jarak 6 titik tepat sesuai dengan 2 standar deviasi. Sekali lagi, jika 2 standar deviasi sama dengan 6 titik, maka 1 standar deviasi seharusnya SD = 3 titik.



Gambar 2. Hubungan antara skor-z dengan penentuan standar deviasi (SD).

Untuk menguatkan pemahaman kita mengenai hubungan antara skor-z, penentuan nilai X, penentuan nilai rerata hitung ($\overline{X}$), dan penentuan nilai standar deviasi (SD) dapat dikerjakan contoh kasus berikut. (1) Dalam distribusi dengan $\overline{X}$ = 40 dan SD = 8, temukan skor-z untuk setiap skor berikut ini. (a) X = 36, (b) X = 46, dan (c) X = 56; (2) dalam suatu distribusi dengan $\overline{X}$ = 40 dan SD = 8, temukan nilai X yang sesuai dengan setiap skor-z berikut ini. (a) z = 1,50, (b) z = -1,25, dan (c) 0,50; (3) dalam suatu distribusi dengan $\overline{X}$ = 50, skor X = 48 sesuai dengan z = -0,50. Berapa standar deviasi (SD) untuk distribusi ini?; dan (4) dalam suatu distribusi dengan SD = 12, skor X = 56 sesuai dengan z = -0,50. Berapa rerata hitung untuk distribusi ini? Untuk menyelesaikan kasus nomor 1, kita harus menggunakan formula: z = $\frac{X-\overline{X}}{SD}$. Untuk nomor 1a pemecahannya adalah: z $= \frac{36-40}{8} = \frac{-4}{8} = -0{,}50$. Nomor 1b pemecahannya adalah: z $= \frac{46-40}{8} = \frac{6}{8} = 0{,}75$. Nomor 1 c pemecahannya adalah z = $\frac{56-40}{8} = \frac{16}{8} = 2{,}00$. Untuk menyelesaikan soal nomor 2, kita semestinya menggunakan formula: X = (z.SD) + $\overline{X}$. Untuk nomor 2a pemecahannya adalah: X = (1,50x8) + 40 = 12 + 40 = 52. Nomor 2b pemecahannya adalah: X = (-1,25x8) + 40 = -10 + 40 = 30. Nomor 2c pemecahannya adalah: X = (0,50x8) + 40 = 4 + 40 = 44. Untuk menyelesaikan soal nomor 3, kita harus menggunakan formula: SD = $\frac{X-\overline{X}}{z}$. Dengan demikian SD = $\frac{48-50}{-0{,}50} = \frac{-2}{-0{,}50} = 4$. Untuk memecahkan kasus nomor 4, kita bisa menggunakan formula: $\overline{X}$ = -(z.SD) + X. Dengan demikian $\overline{X}$ = -(-0,50x12) + 56 = 6 + 56 = 62.

Dengan memahami hubungan antara skor-z dengan penentuan nilai skor mentah (X), nilai rerata hitung ($\overline{X}$), dan standar deviasi (SD) maka seseorang yang mengonversi datanya ke skor standar akan dapat memahami penentuan nilai X dari skor-z, penentuan nilai $\overline{X}$ dari skor-z, dan penentuan SD dari skor-z. Berkaitan dengan skor-z, lebih lanjut Fernandes (1984) menyatakan sejak dasar unit skala merupakan standar deviasi, skor-skor demikian berkenaan sebagai skor standar. Terdapat beberapa sifat skor standar (skor-z), yakni: (1) rerata dari skor-z adalah 0 dan standar deviasi adalah 1, (2) nilai absolut dari skor-z menunjukkan jarak skor mentah dari rerata distribusi, dan (3) transformasi skor mentah ke skor standar adalah linier. Sehingga bentuk distribusi skor-z adalah sama seperti skor mentah. Hati-hati dengan nilai desimal dan negatif dari z, skor-z adalah biasanya ditransformasi ke bentuk berikut: Z = A + Bz, di mana Z merupakan skor yang ditransformasi, A merupakan rerata baru, B merupakan standar deviasi yang baru, dan z merupakan skor-z.

SIMPULAN

Dalam membandingkan dua skor dengan distribusi yang berbeda yang dimiliki oleh seseorang, tidak bisa dibandingkan secara langsung dari skor mentahnya. Kedua skor yang berbeda distribusi tersebut harus diubah dulu ke skor standar dengan menggunakan formula z. Nilai z yang diperoleh merupakan posisi dari dua skor mentah tersebut dari rerata hitungnya. Skor yang mana posisinya lebih di sebelah kanan dari rerata hitungnya dalam kurve distribusi z, maka skor tersebut lebih unggul dari skor yang lainnya. Dengan kata lain, kemampuan seseorang dalam bidang yang disimbulkan oleh skor yang posisinya lebih di sebelah kanan dari rerata hitung lebih bagus dari bidang yang lainnya. Melalui skor-z ini, seseorang juga bisa menentukan nilai skor mentah (X), rerata hitung ($\overline{X}$), dan standar deviasi (SD) dari suatu distribusi skor.

DAFTAR PUSTAKA

Candiasa, I Made. 2010. *Statistik Univariat dan Bivariat Disertai Aplikasi SPSS*. Singaraja: Unit Penerbitan Universitas Pendidikan Ganesha.

Fernandes, H.J.X. 1984. *Testing and Measurement*. Jakarta: National Education Planning, Evaluation, and Curriculum Development.

Gravetter, Frederick J. dan Larry B. Wallnau. 2014. *Pengantar Statistika Sosial*. Diterjemahkan Oleh M. Yusuf Indra Purnama dan Icuk Rangga Bawono. Jakarta: Cengage Learning.

Irianto, H. Agus. 2007. *Statistik: Konsep Dasar dan Aplikasinya*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.

Puger, I Gusti Ngurah. 2012. "Pengubahan Skor Mentah Menjadi Skor Standar dalam Membandingkan Dua Skor dengan Distribusi yang Berbeda." *Makalah* yang Disampaikan dalam Seminar Ilmiah yang Diselenggarakan Oleh K3S Kabupaten Jembrana pada Tanggal 27 April 2012.

Sudijono, Anas. 2001. *Pengantar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta: PT RajaGrafindo Persada.

Sudjana. 1984. *Metode Statistika*. Bandung: Tarsito.

Walpole, Ronald E. 1995. *Pengantar Statistika.* Diterjemahkan Oleh Bambang Sumantri. Jakarta: PT Gramedia.

Weiss, Neil dan Matthew Hassett. 1982. *Introductory Statistics*. Sydney: Addison-Wesley Publishing Company.